TYT MATEMATİK · ÜNİTE 5 / 23 · SAYILAR VE İŞLEMLER

Basit Eşitsizlikler: TYT Matematik Özeti

Bu ünitede eşitsizlik ve aralık kavramları, eşitsizliklerin çözümü, işaret ve sıralama, aralıklarla işlemler ve eşitsizlik problemleri var. ÖSYM 2023-2026 TYT'lerinde bu konulardan **6 soru** sordu.

Her bölümde önce konu anlatılıyor, sonra adım adım çözülmüş örnekler geliyor. Örneğin yanındaki damga, aynı mantıkla sorulmuş ÖSYM sorusunu gösteriyor; örneklerin sayıları ve kurguları bize ait.

Bu ünitede
6 çıkmış soru (2023-2026)
39 çözümlü örnek
bu bloktan yılda ~14 soru
6 ÖSYM tuzağı

1 ÖSYM bu üniteden ne sordu?

6 sorunun 3'ü tek konudan geldi: Eşitsizlikle problem kurma.

İşaret ve sıralama ☐ *1 soru*
2023/6 Çarpım sıralamasından sayıların konumu

Koşulların ortak aralığı ☐☐ *2 soru*
2023/19 Makinenin kesinlikle çalıştığı bardak boyları 2026/24 İki günün ortak hız aralığı

Eşitsizlikle problem kurma ☐☐☐ *3 soru*
2023/18 Alt ve üst sınırlı seferlerde yolcu sayısı
2024/8 Kâr ve zarar koşulundan maliyet aralığı
2025/7 Gol farkı aralığından olamayacak toplam

Sorular ÖSYM'nin yayımladığı 2023-2026 TYT soru kitapçıklarından (Temel Matematik testi). Soruların metni ÖSYM'nin telifinde olduğu için burada yok; notlarda TYT 2025/4 gibi bir damgayla, sorulduğu yıl ve numarasıyla işaretli. Numarayla soruyu kitapçıkta bulabilirsiniz.

2 Eşitsizlik ve Aralıklar

Tanımlar

- **Eşitsizlik:** İki ifadeden birinin ötekinden küçük ya da büyük olduğunu $<$, $>$, $\leq$ ve $\geq$ işaretleriyle gösteren ifadelere eşitsizlik denir.
- $a \leq b$ ifadesi "a, b'den küçük ya da b'ye eşittir" diye okunur. $a < b$ ifadesinde eşitlik yoktur.

- **Basit eşitsizlik:** a ve b gerçel sayılar ve $a \neq 0$ olmak üzere $ax + b < 0$, $ax + b \geq 0$ gibi birinci dereceden bir bilinmeyen içeren eşitsizliklere basit eşitsizlik denir.
- **Çözüm kümesi:** Eşitsizliği doğru yapan bütün değerlerin kümesine çözüm kümesi denir. Gerçel sayılarda çözüm kümesi çoğunlukla bir aralıktır.
- **Aralık:** İki gerçel sayı arasındaki bütün gerçel sayıların kümesine aralık denir. Uçların aralığa dahil olup olmadığı parantezle gösterilir.

Aralık gösterimi

EŞİTSİZLİK	ARALIK VE ADI
$a \leq x \leq b$	$[a, b]$ kapalı aralık; iki uç da dahil
$a < x < b$	(a, b) açık aralık; iki uç da dahil değil
$a \leq x < b$	$[a, b)$ yarı açık aralık; a dahil, b dahil değil
$x \geq a$	$[a, \infty)$; a ve a'dan büyük bütün sayılar
$x < b$	$(-\infty, b)$; b'den küçük bütün sayılar

NOT

- Sayı doğrusunda aralığa dahil olan uç dolu yuvarlakla, dahil olmayan uç boş yuvarlakla gösterilir.
- Sonsuz (∞) bir sayı değildir; ∞ ve $-\infty$ yanına her zaman açık parantez yazılır.
- İki koşulun birlikte sağlanması ("ve") aralıkların kesişimidir. Koşullardan en az birinin sağlanması ("veya") aralıkların birleşimidir.

DİKKAT

- Aralıktaki tam sayıları sayarken uçlara bak: $(2, 5)$ aralığında 3 ve 4 vardır; $[2, 5]$ aralığında 2, 3, 4 ve 5 vardır.
- a ve b tam sayı olmak üzere $[a, b]$ aralığında $b - a + 1$ tam sayı, (a, b) aralığında $b - a - 1$ tam sayı vardır.

ÖRNEK 1 ARALIKLARIN KESİŞİMİ

Gerçel sayılarda,

$$A = [-4, 7)$$

$$B = (-1, 9]$$

aralıkları veriliyor.

Buna göre A ve B aralıklarının kesişimini gösteren aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-4, 9]$ B) $(-1, 7]$ C) $[-1, 7)$ D) $(-1, 7)$ E) $[-4, -1)$

ÇÖZÜM

Kesişim, iki aralıkta da bulunan sayılardır. Önce aralıkları eşitsizlikle yazalım: A için $-4 \leq x < 7$, B için $-1 < x \leq 9$.

Kesişimin sol ucu, iki sol uçtan büyük olanıdır: -4 ile -1'den büyük olan -1'dir. -1, B'ye dahil olmadığı için kesişime de dahil değildir.

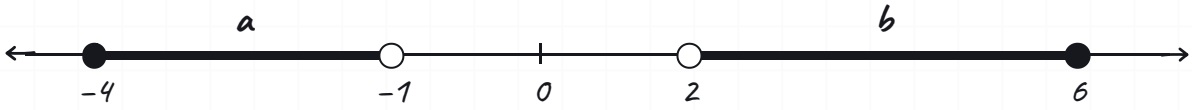
Sağ uç, iki sağ uçtan küçük olanıdır: 7 ile 9'dan küçük olan 7'dir. 7, A'ya dahil olmadığı için kesişime de dahil değildir.

Kesişim $-1 < x < 7$, yani $(-1, 7)$ açık aralığıdır.

CEVAP D

ÖRNEK 2 SAYI DOĞRUSUNDA ARALIK

a ve b gerçel sayılarının bulunduğu aralıklar aşağıdaki sayı doğrusunda gösterilmiştir.



Buna göre 2a + 3b ifadesinin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

ÇÖZÜM

Şekilden aralıkları okuyalım. a'nın aralığında -4 dolu, -1 boş yuvarlakla gösterilmiş: $-4 \le a < -1$. b'nin aralığında 2 boş, 6 dolu yuvarlakla gösterilmiş: $2 < b \le 6$.

Her eşitsizliği katsayısıyla çarpalım. Pozitif sayıyla çarpıldığı için yön değişmez: $-8 \le 2a < -2$ ve $6 < 3b \le 18$.

Aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa toplanır. Bir uç, ancak iki eşitsizlikte de dahilse toplamda dahil olur: $-8 + 6 < 2a + 3b < -2 + 18$, yani $-2 < 2a + 3b < 16$.

Bu aralıktaki tam sayılar $-1, 0, 1, \ldots, 15$'tir. Sayıları $15 - (-1) + 1 = 17$'dir.

CEVAP C

3 Eşitsizliklerin Çözümü

Eşitsizliğin özellikleri

- Bir eşitsizliğin iki tarafına aynı sayı eklenir ya da iki tarafından aynı sayı çıkarılırsa eşitsizliğin yönü değişmez: $x < y$ ise $x + 4 < y + 4$ ve $x - 4 < y - 4$.
- İki taraf aynı **pozitif** sayıyla çarpılır ya da bölünürse yön değişmez: $x < y$ ise $3x < 3y$ ve $\frac{x}{3} < \frac{y}{3}$.
- İki taraf aynı **negatif** sayıyla çarpılır ya da bölünürse yön değişir: $x < y$ ise $-3x > -3y$ ve $\frac{x}{-3} > \frac{y}{-3}$.
- Basit eşitsizlik denklem gibi çözülür: bilinmeyenler bir tarafa, sayılar öbür tarafa toplanır. Tek fark, negatif sayıya bölünürken yönün çevrilmesidir.

NOT

- Kesirli eşitsizlikte iki taraf paydaların ortak katıyla çarpılır. Bu sayı pozitif olduğu için yön değişmez.
- Çift taraflı eşitsizlikte ($a < f(x) < b$) her işlem üç tarafa birden yapılır.
- Eşitsizlik sisteminde her eşitsizlik ayrı çözülür; çözüm kümesi, bulunan aralıkların kesişimidir.
- Bütün tarafları pozitif olan bir eşitsizlikte her tarafın tersi alınırsa yön değişir: $2 < x < 5$ ise $\frac{1}{5} < \frac{1}{x} < \frac{1}{2}$.

DİKKAT

- İşareti bilinmeyen bir ifadeyle eşitsizlik çarpılmaz ya da bölünmez: x'in işareti bilinmeden $\frac{3}{x} < 1$ eşitsizliğinin iki tarafı x ile çarpılamaz.
- Tam sayı istenen sorularda uçlara bak: $x < 2$ ise x'in alabileceği en büyük tam sayı 2 değil, 1'dir; $x \leq 2$ olsaydı 2 olurdu.

ÖRNEK 3 EN BÜYÜK TAM SAYI

$$4 - 3x > 2x + 29$$

olduğuna göre, x'in alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

ÇÖZÜM

Bilinmeyenleri sola, sayıları sağa toplayalım: $-3x - 2x > 29 - 4$, yani $-5x > 25$.

İki tarafı -5'e bölelim. Negatif sayıya bölündüğü için eşitsizliğin yönü değişir: $x < -5$.

x, -5'ten küçük olmalıdır; -5 bu aralığa dahil değildir. -5'ten küçük en büyük tam sayı -6'dır.

Kontrol: $x = -6$ için sol taraf $4 + 18 = 22$, sağ taraf $-12 + 29 = 17$ ve $22 > 17$ doğrudur. $x = -5$ için iki taraf da 19 olur; $19 > 19$ yanlıştır.

CEVAP B

ÖRNEK 4 KESİRLİ EŞİTSİZLİK

$$\frac{x+1}{4} - \frac{x-2}{3} \geq \frac{1}{2}$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -5]$ B) $(-\infty, 5)$ C) $[5, \infty)$ D) $(5, \infty)$ E) $(-\infty, 5]$

ÇÖZÜM

Paydalar 4, 3 ve 2'dir; ortak katları 12'dir. İki tarafı 12 ile çarpalım. 12 pozitif olduğu için yön değişmez.

$3 \cdot (x + 1) - 4 \cdot (x - 2) \geq 6$. Parantezleri açalım: $3x + 3 - 4x + 8 \geq 6$, yani $-x + 11 \geq 6$.

$-x \geq -5$. İki tarafı -1 ile çarpalım; yön değişir: $x \leq 5$.

Çözüm kümesi 5 ve 5'ten küçük bütün gerçel sayılardır: $(-\infty, 5]$. 5 dahil olduğu için köşeli parantez kullanılır.

CEVAP E

ÖRNEK 5 ÇİFT TARAFLI EŞİTSİZLİK

$$-5 \leq \frac{3x - 4}{2} < 7$$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

ÇÖZÜM

Çift taraflı eşitsizlikte her işlem üç tarafa birden yapılır. Önce üç tarafı 2 ile çarpalım: $-10 \leq 3x - 4 < 14$.

Üç tarafa 4 ekleyelim: $-6 \leq 3x < 18$. Üç tarafı 3'e bölelim: $-2 \leq x < 6$.

-2 dahil, 6 dahil değildir. Tam sayılar $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ ve 5'tir; 8 tane.

CEVAP A

ÖRNEK 6 EŞİTSİZLİK SİSTEMİ

$$3x - 7 < x + 5 < 4x - 1$$

eşitsizlik sisteminin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-2, 6)$ B) $(2, 6)$ C) $(2, 4)$ D) $(4, 6)$ E) $(6, \infty)$

ÇÖZÜM

Bu yazım iki eşitsizliği birlikte veriyor: $3x - 7 < x + 5$ ve $x + 5 < 4x - 1$. Her birini ayrı çözelim.

Birinci: $3x - x < 5 + 7$, yani $2x < 12$ ve $x < 6$.

İkinci: $5 + 1 < 4x - x$, yani $6 < 3x$ ve $x > 2$.

İki koşul birlikte sağlanmalıdır; çözüm kesişimdir: $2 < x < 6$, yani $(2, 6)$.

CEVAP B

ÖRNEK 7 TERSLERLE EŞİTSİZLİK

x bir tam sayı olmak üzere,

$$\frac{1}{4} < \frac{3}{x+1} < \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, x'in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) 26 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

ÇÖZÜM

Ortadaki kesir iki pozitif sayının arasında olduğu için pozitiftir. Payı 3 pozitif olduğuna göre paydası da pozitiftir: $x + 1 > 0$.

Üç taraf da pozitif olduğu için her tarafın tersi alınabilir; tersi alınınca yön değişir: $4 > \frac{x+1}{3} > 2$, yani $2 < \frac{x+1}{3} < 4$.

Üç tarafı 3 ile çarpalım: $6 < x + 1 < 12$. Üç taraftan 1 çıkaralım: $5 < x < 11$.

x tam sayıları 6, 7, 8, 9 ve 10'dur. Toplamları $6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 40$'tır.

CEVAP D

ÖRNEK 8 PAYDALARI KARŞILAŞTIRMA

x pozitif bir tam sayı olmak üzere,

$$\frac{1}{2x+9} < \frac{1}{3x+2}$$

eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 6 B) 10 C) 15 D) 18 E) 21

ÇÖZÜM

x pozitif tam sayı olduğu için iki payda da pozitiftir.

Payları eşit pozitif kesirlerden paydası küçük olan daha büyüktür. Sağdaki kesir büyük olduğuna göre paydası küçüktür: $3x + 2 < 2x + 9$.

Düzenleyelim: $3x - 2x < 9 - 2$, yani $x < 7$.

x'in değerleri 1, 2, 3, 4, 5 ve 6'dır. Toplamları 21'dir.

CEVAP E

4 İşaret ve Sıralama

İşaret kuralları

- İki sayının çarpımı ya da bölümü pozitifse sayılar **aynı işaretli**, negatifse **ters işaretlidir**.
- Sıfırdan farklı her sayının karesi pozitiftir: $x^2 > 0$. Bir sayının küpü, sayının kendisiyle aynı işaretlidir.
- $a \cdot b > a \cdot c$ eşitsizliğinde a pozitifse iki taraf a'ya bölünür ve $b > c$ olur; a negatifse yön değişir ve $b < c$ olur.
- Bir sayının kendi katıyla karşılaştırılması işaretini verir: $2a < a$ ise iki taraftan a çıkarılınca $a < 0$ bulunur; $a < 2a$ ise $a > 0$'dır.

NOT

- $0 < a < 1$ ise $a^3 < a^2 < a$; $a > 1$ ise $a < a^2 < a^3$'tür.
- $-1 < a < 0$ ise $a < a^3 < 0 < a^2$; $a < -1$ ise $a^3 < a < 0$'dır.
- Aynı işaretli iki sayıdan büyük olanın tersi küçüktür: $0 < x < y$ ise $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$. Sayılar farklı işaretliyse sıra korunur: $x < 0 < y$ ise $\frac{1}{x} < 0 < \frac{1}{y}$.

DİKKAT

- "Her zaman doğrudur" denen bir ifade için tek bir ters örnek ifadeyi eler. "Doğru olabilir" denen bir ifade için tek bir uygun örnek yeter.
- Örnek sayı seçerken verilen aralığın her bölgesini dene: 0'a yakın sayıları, büyük sayıları ve varsa negatifleri.

ÖRNEK 9 ÇARPIMLA SIRALAMA

x, y ve z negatif gerçel sayılar olmak üzere,

$$x \cdot y < y^2$$

$$z \cdot x > x \cdot y$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $y < x < z$ D) $y < z < x$ E) $z < y < x$

ÇÖZÜM

Birinci eşitsizlikte iki tarafta da y çarpanı var: $x \cdot y < y \cdot y$. y negatif olduğu için iki taraf y'ye bölünürken yön değişir: $x > y$.

İkinci eşitsizlikte iki tarafta da x çarpanı var: $z \cdot x > y \cdot x$. x negatif olduğu için yön değişir: $z < y$.

$z < y$ ve $y < x$ birleşince sıralama $z < y < x$ olur.

Kontrol: $x = -1$, $y = -2$, $z = -3$ için $x \cdot y = 2 < y^2 = 4$ ve $z \cdot x = 3 > x \cdot y = 2$.

CEVAP E

ÖRNEK 10 İŞARETTEN KONUMA TYT 2023/6

a, b ve c gerçel sayılar olmak üzere,

$$2a < a \cdot c < a < a \cdot b$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi olabilir?

A) $a < 0 < 1 < b < c < 2$ B) $b < a < 0 < 1 < 2 < c$ C) $a < 0 < b < 1 < c < 2$
D) $0 < a < b < 1 < c < 2$ E) $a < 0 < c < 1 < b < 2$

ÇÖZÜM

Önce a'nın işaretini bulalım. Zincirde $2a < a \cdot c < a$ olduğundan $2a < a$'dır; iki taraftan a çıkarılınca $a < 0$ bulunur. a negatiftir.

a'ya bölerken her eşitsizliğin yönü değişir. $2a < a \cdot c$ eşitsizliğinden $2 > c$, $a \cdot c < a$ eşitsizliğinden $c > 1$ bulunur. Demek ki $1 < c < 2$.

$a < a \cdot b$ eşitsizliğinde iki taraf a'ya bölününce $1 > b$ olur. b, 1'den küçüktür.

Bu koşulları sağlayan sıralama $a < 0 < b < 1 < c < 2$'dir; burada b, 0 ile 1 arasında seçilmiştir. Öbür seçeneklerde ya a pozitiftir, ya b 1'den büyüktür ya da c, 1 ile 2 arasının dışındadır.

CEVAP C

ÖRNEK 11 KUVVETLERLE KARŞILAŞTIRMA

a ve b gerçel sayılar olmak üzere $a^2 < a$ ve $b^3 < b < 0$ olduğuna göre,

I. $a^3 < a^2$

II. $b^2 > 1$

III. $a \cdot b < -1$

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I ve III E) I, II ve III

ÇÖZÜM

a^2 negatif olamaz; $a > a^2$ olduğuna göre a pozitiftir. İki taraf a'ya bölünür: $a < 1$. Demek ki $0 < a < 1$.

$b^3 < b$ eşitsizliğinin iki tarafı negatif b'ye bölünürken yön değişir: $b^2 > 1$. Negatif b için bu, $b < -1$ demektir.

I. 0 ile 1 arasındaki bir sayıyla çarpmak sayıyı küçültür: $a^3 = a^2 \cdot a < a^2$. Her zaman doğrudur.

II. Yukarıda bulundu: $b^2 > 1$. Her zaman doğrudur.

III. $a = \frac{1}{2}$ ve $b = -\frac{3}{2}$ için $a \cdot b = -\frac{3}{4}$'tür; bu sayı -1'den küçük değildir. Her zaman doğru değildir.

CEVAP C

ÖRNEK 12 DEĞER ARALIĞI

x bir gerçel sayı olmak üzere,

$$x^2 > x > x^3$$

olduğuna göre, $\frac{5-x}{3}$ ifadesinin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÇÖZÜM

Önce x'in aralığını bulalım. $x^2 > x$ ise x negatiftir ya da 1'den büyüktür; 0 ile 1 arasındaki sayıların karesi kendisinden küçüktür.

$x > x^3$ ise x, -1'den küçüktür ya da 0 ile 1 arasındadır; 1'den büyük sayıların ve -1 ile 0 arasındaki sayıların küpü kendisinden büyüktür.

İki koşulun ortak kısmı $x < -1$'dir. Kontrol: $x = -2$ için $4 > -2 > -8$ doğrudur.

$x < -1$ ise $-x > 1$ ve $5 - x > 6$. Üç tarafı 3'e bölelim: $\frac{5-x}{3} > 2$.

İfade 2'den büyüktür ama 2 olamaz. Alabileceği en küçük tam sayı 3'tür; $x = -4$ için $\frac{9}{3} = 3$ olur.

CEVAP B

ÖRNEK 13 KARTLARDAKİ SIRA

Aşağıdaki kartlarda yazan gerçel sayılar soldan sağa doğru artan sıradadır.

$a + b$	a	$a - 2b$

I. $b < 0$

II. $a > b$

III. $a - 2b > a + b$

Buna göre yukarıdakilerden hangileri her zaman doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II D) I ve III E) II ve III

ÇÖZÜM

Kartlardaki sıra iki eşitsizlik verir: $a + b < a$ ve $a < a - 2b$.

Birincide iki taraftan a çıkarılınca $b < 0$ bulunur. İkincide $0 < -2b$, yani yine $b < 0$ bulunur. a için bir koşul yoktur.

I. Her zaman doğrudur.

II. a için koşul olmadığından a, b'den küçük de olabilir: $a = -5$ ve $b = -1$ için kartlar $-6, -5, -3$ olur, sıra artandır ama $a < b$'dir. Her zaman doğru değildir.

III. $(a - 2b) - (a + b) = -3b$'dir; b negatif olduğu için bu fark pozitiftir. Her zaman doğrudur.

CEVAP D

ÖRNEK 14 TERS ALMA

x bir gerçel sayı olmak üzere,

$$x \geq 4$$

olduğuna göre, $\frac{x+2}{x}$ ifadesinin değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(1, \frac{3}{2}]$ B) $[1, \frac{3}{2})$ C) $(1, 2]$ D) $[\frac{3}{2}, 2)$ E) $(\frac{1}{2}, 1]$

ÇÖZÜM

Kesri ikiye ayıralım: $\frac{x+2}{x} = \frac{x}{x} + \frac{2}{x} = 1 + \frac{2}{x}$.

x en az 4'tür. Pozitif sayılarda tersi alınınca yön değişir: $0 < \frac{1}{x} \leq \frac{1}{4}$.

İki ile çarpalım: $0 < \frac{2}{x} \leq \frac{1}{2}$. Bir ekleyelim: $1 < 1 + \frac{2}{x} \leq \frac{3}{2}$.

$x = 4$ için ifade $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ olur; bu uç dahildir. 1'e ise hiç ulaşılmaz. Aralık $(1, \frac{3}{2}]$'dir.

CEVAP A

ÖRNEK 15 BÖLÜMLE SIRALAMA

a negatif bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\frac{a}{b} > \frac{a}{c} > 1$$

olduğuna göre, a, b ve c'nin sıralaması aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$ D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

ÇÖZÜM

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{a}{c}$ pozitiftir; bölüm pozitifse pay ve payda aynı işaretlidir. a negatif olduğuna göre b ve c de negatiftir.

$\frac{a}{c} > 1$ eşitsizliğinin iki tarafını c ile çarpalım. c negatif olduğu için yön değişir: $a < c$.

$\frac{a}{b} > \frac{a}{c}$ eşitsizliğinin iki tarafını a'ya bölelim. a negatif olduğu için yön değişir ve $\frac{1}{b} < \frac{1}{c}$ olur.

b ile c aynı işaretlidir; tersi küçük olan sayı daha büyüktür: $b > c$. Sıralama $a < c < b$'dir. Kontrol: $a = -6$, $c = -4$, $b = -2$ için $3 > \frac{3}{2} > 1$.

CEVAP B

5 Aralıklarla İşlemler

Taraf tarafa işlemler

- Aynı yönlü iki eşitsizlik **taraf tarafa toplanabilir:** $1 < x < 4$ ve $2 < y < 5$ ise $3 < x + y < 9$.
- Taraf tarafa **çıkarma, çarpma ve bölme yapılmaz.** $x - y$ için önce y'nin aralığı -1 ile çarpılır, sonra toplanır: $-5 < -y < -2$ olduğundan $-4 < x - y < 2$.
- Çarpım için uçların dört çarpımı hesaplanır; en küçüğü ve en büyüğü çarpımın sınırlarıdır: $-2 < x < 3$ ve $1 < y < 4$ ise $-8 < x \cdot y < 12$.
- Kare alırken aralık 0'ı içeriyorsa karenin en küçük değeri 0'dır: $-3 < x < 2$ ise $0 \le x^2 < 9$. Küp alınırken yön değişmez: $-2 < x < 1$ ise $-8 < x^3 < 1$.

NOT

- Değişkenler tam sayıysa aralıktaki uç tam sayılar denenerek en büyük ve en küçük değer bulunur. Gerçel sayıysa açık uçlar alınamaz; sonuç da açık uçlu olur.
- Toplamda bir uç, ancak iki eşitsizlikte de dahilse sonuçta dahil olur: $1 \le x$ ve $2 < y$ ise $3 < x + y$.

DİKKAT

- Taraf tarafa çıkarma yapılırsa yanlış aralık bulunur: $1 < x < 4$ ve $2 < y < 5$ için $x - y$, $(1 - 2, 4 - 5)$ aralığında değil, $(-4, 2)$ aralığındadır.
- Aynı değişken ifadede iki kez geçiyorsa önce ifade sadeleştirilir ya da ortak çarpan parantezine alınır.

ÖRNEK 16 FARK ARALIĞI

a ve b gerçel sayılar olmak üzere,

$$-1 \le 3a - 4 < 8$$

$$2 \le \frac{b + 6}{2} < 5$$

olduğuna göre, $a - b$ farkının değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-3, 6)$ B) $[-3, 6)$ C) $(-3, 8)$ D) $(-5, 6)$ E) $[3, 8)$

ÇÖZÜM

Önce a'nın aralığını bulalım. Üç tarafa 4 ekleyelim: $3 \le 3a < 12$. Üç tarafı 3'e bölelim: $1 \le a < 4$.

b'nin aralığı için üç tarafı 2 ile çarpalım: $4 \le b + 6 < 10$. Üç taraftan 6 çıkaralım: $-2 \le b < 4$.

Fark için b'nin aralığını -1 ile çarpalım; yön değişir: $-4 < -b \le 2$.

Taraf tarafa toplayalım: $1 + (-4) < a - b < 4 + 2$, yani $-3 < a - b < 6$. Sol uçta -4, sağ uçta 4 dahil olmadığı için iki uç da açıktır.

CEVAP A

ÖRNEK 17 TAM SAYILARDA UÇ DEĞERLER

x ve y tam sayılar olmak üzere,

$$-5 < x \le 4$$

$$-3 \le y < 6$$

olduğuna göre, $2x - y$ ifadesinin alabileceği en büyük değer, en küçük değerinden kaç fazladır?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

ÇÖZÜM

x ve y tam sayı olduğu için uçlardaki tam sayıları belirleyelim: x, -4 ile 4 arasında; y, -3 ile 5 arasındadır (uçlar dahil).

$2x - y$'nin en büyük olması için x en büyük, y en küçük seçilir: $2 \cdot 4 - (-3) = 11$.

$2x - y$'nin en küçük olması için x en küçük, y en büyük seçilir: $2 \cdot (-4) - 5 = -13$.

Fark: $11 - (-13) = 24$.

CEVAP E

ÖRNEK 18 GERÇEL SAYILARDA TAM SAYI DEĞERLERİ

x ve y gerçel sayılar olmak üzere,

$$-2 < x < 5$$

$$1 \le y < 4$$

olduğuna göre, $3x - 2y + 1$ ifadesinin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

ÇÖZÜM

Her terimin aralığını ayrı bulalım. x'in aralığını 3 ile çarpalım: $-6 < 3x < 15$.

y'nin aralığını -2 ile çarpalım; yön değişir: $-8 < -2y \leq -2$.

Taraf tarafa toplayalım: $-14 < 3x - 2y < 13$. Bir ekleyelim: $-13 < 3x - 2y + 1 < 14$.

Uçlar dahil olmadığından tam sayılar $-12, -11, \ldots, 13$'tür. Sayıları $13 - (-12) + 1 = 26$'dır.

CEVAP E

ÖRNEK 19 KARE VE KÜP

x ve y gerçel sayılar olmak üzere,

$$-3 < x \leq 2$$

$$-2 \leq y < 1$$

olduğuna göre, $x^2 + y^3$ ifadesinin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

ÇÖZÜM

x'in aralığı 0'ı içeriyor; karenin en küçük değeri 0'dır ($x = 0$). x, -3'e yaklaştıkça kare 9'a yaklaşır ama -3 dahil olmadığı için 9 olamaz: $0 \leq x^2 < 9$.

Küp alınırken yön değişmez: $(-2)^3 \leq y^3 < 1^3$, yani $-8 \leq y^3 < 1$.

Taraf tarafa toplayalım: $-8 \leq x^2 + y^3 < 10$. Sol uç iki terimde de dahil olduğu için dahildir.

Tam sayılar $-8, -7, \ldots, 9$'dur. Sayıları $9 - (-8) + 1 = 18$'dir.

CEVAP D

ÖRNEK 20 ORTAK ÇARPAN

x ve y gerçel sayılar olmak üzere,

$$-1 < x < 3$$

$$2 < y < 5$$

olduğuna göre, $x \cdot y + 3x$ ifadesinin değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-5, 15)$ B) $(-8, 24)$ C) $(-8, 15)$ D) $(-5, 24)$ E) $(0, 24)$

ÇÖZÜM

x iki terimde de geçiyor; ortak çarpan parantezine alalım: $x \cdot y + 3x = x \cdot (y + 3)$.

y'nin aralığına 3 ekleyelim: $5 < y + 3 < 8$.

Çarpımın sınırları için uçların dört çarpımına bakalım: $-1 \cdot 5 = -5$, $-1 \cdot 8 = -8$, $3 \cdot 5 = 15$ ve $3 \cdot 8 = 24$.

En küçüğü -8, en büyüğü 24'tür. Uçlar dahil olmadığından aralık $(-8, 24)$'tür.

CEVAP B

ÖRNEK 21 TERSLERİN TOPLAMI

x ve y gerçel sayılar olmak üzere,

$$\frac{1}{3} \leq x < 2$$

$$-1 < y \leq -\frac{1}{4}$$

olduğuna göre, $\frac{x+y}{x \cdot y}$ ifadesinin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

ÇÖZÜM

Kesri ikiye ayıralım: $\frac{x+y}{x \cdot y} = \frac{x}{x \cdot y} + \frac{y}{x \cdot y} = \frac{1}{y} + \frac{1}{x}$.

x pozitif aralıkta; tersi alınınca yön değişir: $\frac{1}{2} < \frac{1}{x} \leq 3$.

y negatif aralıkta; aynı işaretli sayılarda yine yön değişir: $-4 \leq \frac{1}{y} < -1$.

Taraf tarafa toplayalım: $-4 + \frac{1}{2} < \frac{1}{x} + \frac{1}{y} < 3 + (-1)$, yani $-\frac{7}{2} < \frac{1}{x} + \frac{1}{y} < 2$.

Tam sayılar -3, -2, -1, 0 ve 1'dir; 5 tane.

CEVAP A

ÖRNEK 22 ORANLA BAĞLI DEĞİŞKEN

a ve b gerçel sayılar olmak üzere,

$$4 < a < 10$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$$

olduğuna göre, b'nin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 63 B) 70 C) 77 D) 84 E) 91

ÇÖZÜM

b'yi a cinsinden yazalım. İçler dışlar çarpımı: $2b = 3a$, yani $b = \frac{3a}{2}$.

a'nın aralığını $\frac{3}{2}$ ile çarpalım; pozitif sayıyla çarpıldığı için yön değişmez: $6 < b < 15$.

b'nin tam sayı değerleri $7, 8, \ldots, 14$'tür. Toplam: $\frac{(7 + 14) \cdot 8}{2} = 84$.

CEVAP D

ÖRNEK 23 BAĞLI DEĞİŞKEN

a ve b gerçel sayılar olmak üzere,

$$-3 < 2a + 1 \leq 7$$

$$b = 3a - 2$$

olduğuna göre, b'nin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

ÇÖZÜM

Önce a'nın aralığını bulalım. Üç taraftan 1 çıkaralım: $-4 < 2a \leq 6$. Üç tarafı 2'ye bölelim: $-2 < a \leq 3$.

b'nin aralığı için a'nın aralığını 3 ile çarpıp 2 çıkaralım: $-6 < 3a \leq 9$ ve $-8 < 3a - 2 \leq 7$.

Demek ki $-8 < b \leq 7$. Tam sayılar $-7, -6, \ldots, 7$'dir; sayıları $7 - (-7) + 1 = 15$'tir.

CEVAP E

ÖRNEK 24 TAM SAYI MI, GERÇEL SAYI MI?

Öğretmen tahtaya "$-3 < a \leq 2$ ve $-5 < b \leq 4$ olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?" sorusunu yazıyor ama a ve b'nin hangi sayı kümesinden olduğunu yazmayı unutuyor.

Defne a ve b'yi gerçel sayı, Ege ise tam sayı kabul ederek soruyu doğru çözüyor.

Buna göre Defne'nin bulduğu sonuç, Ege'nin bulduğu sonuçtan kaç fazladır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM

Ege tam sayılarla çalışıyor: a, −2 ile 2 arasında; b, −4 ile 4 arasındadır. Çarpımın büyük olması için iki sayı aynı işaretli ve büyük seçilir: $(-2)\cdot(-4)=8$ ya da $2\cdot 4=8$. Ege 8 bulur.

Defne gerçel sayılarla çalışıyor. a, −3'e; b, −5'e istenildiği kadar yaklaşabilir. Çarpım 15'e yaklaşır ama −3 ve −5 dahil olmadığı için 15 olamaz.

Çarpım 15'ten küçük olup 15'e yaklaşabildiği için alabileceği en büyük tam sayı değeri 14'tür. Defne 14 bulur.

Fark: $14-8=6$.

CEVAP C

6 Eşitsizlik Problemleri

Sözden eşitsizliğe

PROBLEMDEKİ İFADE	EŞİTSİZLİK
En az 20	$x \geq 20$
En fazla 35, 35'i aşmıyor	$x \leq 35$
20'den fazla, 20'yi aşıyor	$x > 20$
2 ile 3 arasında	$2 < x < 3$
Kâr ediyor	Satış fiyatı > maliyet
Zarar ediyor	Satış fiyatı < maliyet

NOT

- Problemdeki her koşul ayrı bir eşitsizlikle yazılır. Bütün koşulları sağlayan değerler, bu eşitsizliklerin ortak aralığıdır.
- Kişi, gol, puan gibi sayılabilen büyüklükler tam sayıdır; aralıktaki uygun tam sayılar tek tek denenir.
- $m-r<x<m+r$ aralığı mutlak değerle $|x-m|<r$ biçiminde de yazılır. m aralığın orta noktası, r yarı genişliğidir: $3<x<9$ ise $|x-6|<3$. Mutlak değer bir sonraki ünitede.

DİKKAT

- "Kesinlikle" denen sorularda seçenek, bulunan aralığın her değeri için koşulu sağlamalıdır. "Olabilir" denen sorularda tek bir değer yeter.
- "En az" ve "en fazla" sınırı içerir ($\geq, \leq$); "-den fazla" ve "-den az" sınırı içermez ($>, <$).

ÖRNEK 25 TAŞIMA SINIRI

Bir kargo dronu, toplam ağırlığı belli bir sınırı aşmayan yükleri taşıyabiliyor. Kırmızı, yeşil ve mavi paketlerden ikişer tanesi drona yüklenerek deneniyor:

- Kırmızı ve yeşil paket birlikte sınırı aşıyor.
- Yeşil ve mavi paket birlikte sınırı aşmıyor.
- Kırmızı ve mavi paket birlikte tam sınıra eşit geliyor.

Kırmızı, yeşil ve mavi paketlerin ağırlıkları sırasıyla K, Y ve M olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $K < Y < M$ B) $M < Y \leq K$ C) $Y < M \leq K$ D) $M \leq K < Y$ E) $Y \leq K < M$

ÇÖZÜM

Sınıra S diyelim ve her bilgiyi eşitsizlikle yazalım: $K + Y > S$, $Y + M \leq S$ ve $K + M = S$.

Birinci bilgide S yerine $K + M$ yazalım: $K + Y > K + M$. İki taraftan K çıkarılınca $Y > M$.

İkinci bilgide de S yerine $K + M$ yazalım: $Y + M \leq K + M$. İki taraftan M çıkarılınca $Y \leq K$.

İkisi birleşince $M < Y \leq K$ bulunur.

CEVAP B

ÖRNEK 26 EŞİT KOLLU TERAZİ

Bir oyuncak setinde aynı türden parçaların ağırlıkları eşittir. Bir küpün ağırlığı x, bir silindirin ağırlığı y, bir kürenin ağırlığı z'dir. Eşit kollu bir terazide iki tartım yapılıyor:

- Sol kefede 2 küp ve 1 silindir, sağ kefede 3 küre varken terazi dengede duruyor.
- Sol kefede 2 küre, sağ kefede 1 küp ve 1 silindir varken sağ kefe ağır basıyor.

Buna göre aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $z < x < y$ B) $y < z < x$ C) $x < y < z$ D) $x < z < y$ E) $z < y < x$

ÇÖZÜM

Birinci tartım bir eşitlik verir: $2x + y = 3z$.

İkinci tartım bir eşitsizlik verir: $2z < x + y$.

Eşitlikten $y = 3z - 2x$ yazıp eşitsizlikte yerine koyalım: $2z < x + 3z - 2x$, yani $2z < 3z - x$ ve $x < z$.

Şimdi y ile z'yi karşılaştıralım: $y = 3z - 2x$ ve $x < z$ olduğundan $-2x > -2z$, yani $y > 3z - 2z = z$.

Sıralama $x < z < y$'dir.

CEVAP D

ÖRNEK 27 İKİSİNE YETER, ÜÇÜNE YETMEZ

Bir kırtasiyede fiyatları aşağıdaki tabloda verilen ürünlerden herhangi ikisini almaya Kaan'ın parası yetiyor, herhangi üçünü almaya yetmiyor.

Ürün	Fiyat
Kalem kutusu	28 TL
Defter seti	35 TL
Boya seti	42 TL
Çanta	54 TL

Buna göre Kaan'ın parası kaç TL olabilir?

A) 84 B) 90 C) 95 D) 100 E) 105

ÇÖZÜM

Herhangi iki ürüne para yetiyorsa en pahalı iki ürüne de yetiyordur: $54 + 42 = 96$.

Kaan'ın parası en az 96 TL'dir.

Herhangi üç ürüne para yetmiyorsa en ucuz üç ürüne de yetmiyordur: $28 + 35 + 42 = 105$. Parası 105 TL'den azdır.

Demek ki para $96 \leq x < 105$ aralığındadır. Seçeneklerden bu aralıkta olan 100'dür.

CEVAP D

ÖRNEK 28 İKİ ZAMANIN ORTAK ARALIĞI

Yanan bir mum her saat 1,5 cm kısalıyor. Mumun ilk boyunun yarısının 4 cm fazlası, yanındaki vazonun yüksekliğine eşittir.

Mum yakıldıktan 2 saat sonra vazodan uzundur; yakıldıktan 6 saat sonra ise vazodan uzun değildir.

Buna göre mumun ilk boyu santimetre cinsinden aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 12 B) 14 C) 20 D) 27 E) 30

ÇÖZÜM

Mumun ilk boyuna m diyelim. Vazonun yüksekliği $\frac{m}{2} + 4$'tür; n saat sonra mumun boyu $m - 1{,}5 \cdot n$ olur.

2 saat sonra mum $m - 3$ cm'dir ve vazodan uzundur: $m - 3 > \frac{m}{2} + 4$. Düzenleyelim: $\frac{m}{2} > 7$, yani $m > 14$.

6 saat sonra mum $m - 9$ cm'dir ve vazodan uzun değildir: $m - 9 \leq \frac{m}{2} + 4$.

Düzenleyelim: $\frac{m}{2} \leq 13$, yani $m \leq 26$.

İki koşul birlikte: $14 < m \leq 26$. Seçeneklerden bu aralıkta olan 20'dir; 14 aralığa dahil değildir.

CEVAP C

ÖRNEK 29 TAŞMAMA KOŞULU

Bir kavanozun $\frac{2}{5}$'i balla doludur. Kavanoza, boş kalan kısmın üçte biri kadar bal ve ayrıca 30 gram daha bal eklendiğinde kavanoz taşmıyor.

Buna göre kavanozun alabileceği bal en az kaç gramdır?

A) 75 B) 90 C) 100 D) 110 E) 120

ÇÖZÜM

Kavanozun alabileceği bala V diyelim. Dolu kısım $\frac{2V}{5}$, boş kısım $\frac{3V}{5}$'tir.

Eklenen bal: boş kısmın üçte biri ve 30 gram, yani $\frac{1}{3} \cdot \frac{3V}{5} + 30 = \frac{V}{5} + 30$.

Taşmaması için eklenen bal boş kısımdan fazla olmamalıdır: $\frac{V}{5} + 30 \leq \frac{3V}{5}$.

Düzenleyelim: $30 \leq \frac{2V}{5}$, yani $V \geq 75$. Kavanoz en az 75 gram bal alır.

CEVAP A

ÖRNEK 30 GÖSTERGEDEN GERİYE

Bir evin su deposu en fazla 600 litre su alıyor. Depodaki sudan önce 120 litre kullanılıyor, sonra kalan suyun yarısı kullanılıyor. Ardından depoya 250 litre su ekleniyor.

Bu anda deponun göstergesi 400 litre ile 500 litre arasını gösteriyor.

Buna göre depoda başlangıçta bulunan su litre cinsinden aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 380 B) 415 C) 470 D) 610 E) 640

ÇÖZÜM

Başlangıçtaki suya x diyelim. 120 litre kullanılınca $x - 120$ kalır; bunun yarısı kullanılınca $\frac{x-120}{2}$ kalır. 250 litre eklenince depoda $\frac{x-120}{2} + 250$ litre olur.

Göstergeye göre $400 < \frac{x-120}{2} + 250 < 500$. Üç taraftan 250 çıkaralım: $150 < \frac{x-120}{2} < 250$.

Üç tarafı 2 ile çarpalım: $300 < x - 120 < 500$. 120 ekleyelim: $420 < x < 620$.

Depo en fazla 600 litre aldığı için $x \leq 600$ olmalıdır: $420 < x \leq 600$. Seçeneklerden bu aralıkta olan 470'tir; 610 depoya sığmaz.

CEVAP C

ÖRNEK 31 ALT VE ÜST SINIR TYT 2023/18

Bir müzedeki rehberli turların her birine en az 15, en fazla 28 ziyaretçi katılabiliyor. Bir günde düzenlenen 3 tura toplam 71 ziyaretçi katılmıştır.

Birinci ve ikinci turlardaki ziyaretçi sayıları 5'e 6 oranındadır.

Buna göre üçüncü turdaki ziyaretçi sayısı kaçtır?

A) 22 B) 24 C) 25 D) 27 E) 28

ÇÖZÜM

Oran 5'e 6 olduğuna göre birinci turda 5k, ikinci turda 6k ziyaretçi vardır (k pozitif tam sayı).

Her tur 15 ile 28 kişi arasındadır: $5k \geq 15$ ise $k \geq 3$; $6k \leq 28$ ise $k \leq 4$. k, 3 ya da 4'tür.

Üçüncü tur $71 - 11k$ kişidir. $k = 3$ için $71 - 33 = 38$ bulunur; bu sayı 28'den büyük olduğu için olamaz.

$k = 4$ için turlar 20, 24 ve $71 - 44 = 27$ kişidir; üçü de 15 ile 28 arasındadır. Üçüncü turda 27 ziyaretçi vardır.

CEVAP D

ÖRNEK 32 ARALIKTAN TAM SAYI DEĞERLERİ TYT 2025/7

Kırmızı ve Mavi takımlar iki turlu bir bilgi yarışmasında yarışıyor; her doğru cevap 1 puan getiriyor. Her turda iki takımın puanları toplanıyor. Birinci turun toplamı ile ikinci turun toplamı arasındaki farka x denirse

$$|x - 6| < 5$$

oluyor. Birinci turda Kırmızı takım 1, Mavi takım 4 puan almıştır. Yarışma sonunda iki takımın toplam puanı eşittir.

Buna göre Kırmızı takımın toplam puanı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM

Önce x'in aralığını bulalım. $|x - 6| < 5$, x'in 6'ya uzaklığının 5'ten az olduğunu söyler: $6 - 5 < x < 6 + 5$, yani $1 < x < 11$.

İkinci turda Kırmızı p, Mavi q puan alsın. Toplamlar eşit olduğundan $1 + p = 4 + q$, yani $p = q + 3$.

Birinci turun toplamı $1 + 4 = 5$, ikinci turun toplamı $p + q = 2q + 3$'tür. Fark: $x = |5 - (2q + 3)| = |2 - 2q|$.

q yerine sırayla 0, 1, 2, 3 koyalım: x sırasıyla 2, 0, 2, 4 olur. $q = 1$ için fark 0'dır ve $1 < x$ koşulunu sağlamaz.

$q = 1$ olsaydı Kırmızı'nın toplamı $1 + p = 1 + 4 = 5$ olurdu. Öbür seçenekler sağlanır: 4 ($q = 0$), 6 ($q = 2$), 7 ($q = 3$), 8 ($q = 4$ ve $x = 6$). Olamayacak toplam 5'tir.

CEVAP B

ÖRNEK 33 SEVİYE ÇİZGİLERİ

Boş bir su tankının yan yüzünde eşit aralıklı 5 seviye çizgisi var; en üstteki çizgi tankın tamamen dolu olduğunu gösteriyor. Tank sabit hızla doluyor.

Musluk açıldıktan 15 dakika sonra su seviyesi 2. çizgiyi geçmiş ama 3. çizgiye ulaşmamıştır.

Buna göre tankın tamamen dolması için gereken süre dakika cinsinden kaç farklı tam sayı değeri alabilir?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

ÇÖZÜM

Çizgiler tankı 5 eş parçaya ayırıyor. 15 dakikada dolan kısım $\frac{2}{5}$'ten fazla, $\frac{3}{5}$'ten azdır.

Tankın dolma süresine T diyelim. Sabit hızla dolduğu için 15 dakikada dolan kısım $\frac{15}{T}$'dir: $\frac{2}{5} < \frac{15}{T} < \frac{3}{5}$.

Üç taraf da pozitif; tersi alınınca yön değişir: $\frac{5}{3} < \frac{T}{15} < \frac{5}{2}$. Üç tarafı 15 ile çarpalım: $25 < T < 37{,}5$.

T'nin tam sayı değerleri 26, 27, ..., 37'dir; $37 - 26 + 1 = 12$ tane.

CEVAP A

ÖRNEK 34 İKİ GÜNÜN ORTAK ARALIĞI TYT 2026/24

Bir tır şoförü iki gün boyunca hep aynı sabit hızla yol alıyor. Birinci gün toplam 270 km, ikinci gün toplam 330 km yol gidiyor.

Gün 24 saattir ve şoför direksiyonda olmadığı sürede dinleniyor. Her iki günde de direksiyonda geçen süre, dinlenilen sürenin $\frac{1}{5}$'inden fazla, $\frac{1}{3}$'ünden azdır.

Buna göre tırın bir saatte aldığı yol kilometre cinsinden aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 50 B) 54 C) 60 D) 70 E) 75

ÇÖZÜM

Bir günde direksiyonda geçen süreye t dersek dinlenilen süre $24 - t$ olur. Koşul $\frac{24-t}{5} < t < \frac{24-t}{3}$ biçiminde yazılır.

Sol taraf: $24 - t < 5t$, yani $t > 4$. Sağ taraf: $3t < 24 - t$, yani $t < 6$. Her gün $4 < t < 6$ saat yol alınmıştır.

Hız v ise birinci gün $t = \frac{270}{v}$'dir: $4 < \frac{270}{v} < 6$ ise $45 < v < 67{,}5$.

İkinci gün $t = \frac{330}{v}$'dir: $4 < \frac{330}{v} < 6$ ise $55 < v < 82{,}5$.

Hız iki gün de aynıdır; iki aralığın kesişimi $55 < v < 67{,}5$'tir. Seçeneklerden bu aralıkta olan 60'tır.

CEVAP C

ÖRNEK 35 KESİNLİKLE SAĞLANAN DEĞERLER TYT 2023/19

Bir havalimanındaki bagaj tarama makinesinin tavanında bir sensör var. Makinenin tarama yapabilmesi için sensör ile bavulun üst yüzü arasındaki mesafenin en az 20 cm, en fazla 32 cm olması gerekiyor.

Yüksekliği 46 cm olan bir bavul bu makinede taranabiliyor, yüksekliği 41 cm olan bir bavul ise taranamıyor.

Buna göre,

I. 45 cm

II. 48 cm

III. 52,5 cm

yüksekliğindeki bavullardan hangileri bu makinede kesinlikle taranır?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I ve III E) II ve III

ÇÖZÜM

Sensörün yerden yüksekliğine H diyelim. h yüksekliğindeki bavul için mesafe $H - h$'dir; tarama için $20 \le H - h \le 32$ olmalıdır.

46 cm'lik bavul taranıyor: $20 \le H - 46 \le 32$, yani $66 \le H \le 78$.

41 cm'lik bavul taranmıyor; $H - 41$, 20 ile 32 arasında değildir. H en az 66 olduğundan $H - 41$ en az 25'tir, 20'den küçük olamaz. Demek ki $H - 41 > 32$, yani $H > 73$. Sonuç: $73 < H \le 78$.

Bir bavulun kesinlikle taranması için bu aralıktaki her H için $H - 32 \le h \le H - 20$ olmalıdır. H, 78 olabileceğinden $h \ge 46$; H, 73'e kadar inebileceğinden $h \le 53$ olmalıdır.

I. 45 cm'lik bavul $H = 78$ iken 33 cm boşluk bırakır; kesinlikle taranmaz. II. 48 cm ve III. 52,5 cm, 46 ile 53 arasındadır; kesinlikle taranır.

CEVAP E

ÖRNEK 36 İKİŞER TARTIM

Bir kargo şubesindeki tartı, üzerindeki yükü tam değer yerine iki sayı arasında gösteriyor. Kırmızı, yeşil ve mavi üç kutu bu tartıda ikişer ikişer tartılıyor.

Tartılan kutular	Gösterilen (kg)
Kırmızı ve yeşil	120 ile 130 arası
Kırmızı ve mavi	110 ile 118 arası
Yeşil ve mavi	96 ile 104 arası

I. En ağır kutu kırmızıdır.

II. Mavi kutu yeşilden hafiftir.

III. Üç kutunun ağırlıkları toplamı 170 kg olabilir.

Buna göre yukarıdakilerden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) II ve III E) I, II ve III

ÇÖZÜM

Ağırlıklara K, Y ve M diyelim: $120 < K + Y < 130$, $110 < K + M < 118$ ve $96 < Y + M < 104$.

I. $K - M = (K + Y) - (Y + M)$. Çıkarılacak aralığı -1 ile çarpıp toplayalım: $120 - 104 < K - M < 130 - 96$, yani $16 < K - M < 34$. Aynı yolla $K - Y = (K + M) - (Y + M)$ için $6 < K - Y < 22$. Kırmızı ikisinden de ağırdır; I doğrudur.

II. $Y - M = (K + Y) - (K + M)$: $120 - 118 < Y - M < 130 - 110$, yani $2 < Y - M < 20$. Mavi yeşilden hafiftir; II doğrudur.

III. Üç eşitsizliği taraf tarafa toplayalım: $326 < 2 \cdot (K + Y + M) < 352$, yani $163 < K + Y + M < 176$. Örneğin $K = 69$, $Y = 56$, $M = 45$ için ikililer 125, 114 ve 101 kg'dır; toplam 170 kg olur. III doğrudur.

CEVAP E

ÖRNEK 37 HATALI ÖLÇÜM

Bir mutfak tartısı gerçek değerden en fazla 40 gram eksik ya da en fazla 80 gram fazla gösterebiliyor. Ağırlıkları eşit 4 paket makarna bu tartıya konduğunda tartı 2000 gram gösteriyor.

Buna göre bir paketin gerçek ağırlığını gram cinsinden gösteren en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[480, 510]$ B) $(480, 510)$ C) $[490, 520]$ D) $[470, 500]$ E) $[480, 520]$

ÇÖZÜM

Dört paketin gerçek ağırlığına G diyelim. Gösterilen değer G'den en fazla 40 gram az, en fazla 80 gram fazladır: $G - 40 \le 2000 \le G + 80$.

Sol taraf: $G - 40 \le 2000$ ise $G \le 2040$. Sağ taraf: $2000 \le G + 80$ ise $G \ge 1920$. Demek ki $1920 \le G \le 2040$.

Bir paket G'nin dörtte biridir; üç tarafı 4'e bölelim: $480 \le \frac{G}{4} \le 510$. Uçlar dahildir: $[480, 510]$.

CEVAP A

ÖRNEK 38 KÂR VE ZARAR KOŞULU TYT 2024/8

Bir mobilya mağazası masa, dolap ve koltuktan oluşan bir takım satıyor. Masanın maliyeti 15 bin TL, dolabın maliyeti 25 bin TL, koltuğun maliyeti k TL'dir.

- Takımın satış fiyatı $3k + 10\,000$ TL olursa mağaza kâr ediyor.
- Takımın satış fiyatı $4k - 35\,000$ TL olursa mağaza zarar ediyor.

Buna göre k'nin alabileceği değerler aşağıdaki eşitsizliklerden hangisiyle gösterilir?

A) $|k - 15\,000| < 10\,000$ B) $|k - 20\,000| < 5000$ C) $|k - 25\,000| < 5000$
D) $|2k - 35\,000| < 15\,000$ E) $|k - 20\,000| < 10\,000$

ÇÖZÜM

Takımın maliyeti $15\,000 + 25\,000 + k = 40\,000 + k$ TL'dir.

Kâr: satış fiyatı maliyetten büyüktür. $3k + 10\,000 > 40\,000 + k$ ise $2k > 30\,000$, yani $k > 15\,000$.

Zarar: satış fiyatı maliyetten küçüktür. $4k - 35\,000 < 40\,000 + k$ ise $3k < 75\,000$, yani $k < 25\,000$.

Demek ki $15\,000 < k < 25\,000$. Aralığın orta noktası $\frac{15\,000 + 25\,000}{2} = 20\,000$, yarı genişliği $\frac{25\,000 - 15\,000}{2} = 5000$'dir. Bu aralık $|k - 20\,000| < 5000$ diye yazılır.

CEVAP B

ÖRNEK 39 GELİR ARALIĞI

Bir tiyatro oyununun tam bileti 300 TL ile 450 TL arasında (uçlar dahil) bir fiyata satılacak; öğrenci bileti tam biletten %40 indirimli olacak. 600 kişilik salonun tamamı dolmuş ve seyircilerin $\frac{1}{3}$'ü öğrenci bileti almıştır.

Buna göre bilet satışından elde edilen gelir TL cinsinden aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 150 000 B) 160 000 C) 200 000 D) 230 000 E) 234 000

ÇÖZÜM

Öğrenci sayısı $600 \cdot \frac{1}{3} = 200$, tam bilet alan sayısı 400'dür. Tam bilet fiyatına p diyelim; öğrenci bileti $0{,}6 \cdot p$ olur.

Gelir: $400 \cdot p + 200 \cdot 0{,}6 \cdot p = 400p + 120p = 520p$.

$300 \le p \le 450$ olduğundan üç tarafı 520 ile çarpalım: $156\,000 \le 520p \le 234\,000$.

Gelir 156 000 ile 234 000 TL arasındadır. 150 000 TL bu aralıkta değildir; olamaz.

CEVAP A

7 ÖSYM tuzakları: tek sayfada

Her çıkmış sorunun bir tuzağı var. Sınavdan önceki son tekrar için bu liste yeter.

1. Zincirde a, kendi katıyla karşılaştırılıyorsa önce a'nın işaretini bul: $2a < a$ ise a negatiftir. Negatif a'ya bölerken her eşitsizliğin yönünü çevir. TYT 2023/6
2. Oran a'ya b ise sayılar a·k ve b·k'dir. k'yi alt ve üst sınırdan bul; her k için üçüncü sayının da sınırlar içinde kalıp kalmadığını dene. TYT 2023/18
3. Önce çalışan ve çalışmayan ölçümden bilinmeyen yüksekliğin aralığını bul. "Kesinlikle" denince seçenek bu aralığın iki ucunda da koşulu sağlamalıdır. TYT 2023/19
4. Kâr: satış > toplam maliyet; zarar: satış < toplam maliyet. Bulduğun aralığın orta noktasını ve yarı genişliğini hesapla; seçeneklerde aralığın mutlak değerle yazılmış hâlini ara. TYT 2024/8
5. Gol ve puan tam sayıdır. Seçenekleri tek tek dene: farkı 0 yapan ya da aralığın dışına çıkaran toplam "olamaz"dır. TYT 2025/7
6. Bir gün 24 saattir; bir iş t saat sürüyorsa kalan süre $24 - t$'dir. Her gün için ayrı hız aralığı bul; cevap iki aralığın kesişimindedir. TYT 2026/24

8 Kendini dene: doğru mu, yanlış mı?

Önce D ya da Y'yi işaretle; cevaplar sayfanın sonunda.

1. $x < 5$ ise $-2x < -10$'dur. D Y
2. $-3x \le 12$ ise $x \ge -4$'tür. D Y
3. $(2, 5]$ aralığında 3 tam sayı vardır. D Y

4. $[-1, 3)$ aralığı -1'i içermez. D Y

5. Eşitsizlikler taraf tarafa çıkarılabilir. D Y

6. $1 < x < 3$ ve $2 < y < 4$ ise $3 < x + y < 7$'dir. D Y

7. $-2 < x < 3$ ise $4 < x^2 < 9$'dur. D Y

8. $0 < a < 1$ ise $a^3 < a^2$'dir. D Y

9. $a < 0$ ve $a \cdot b > a \cdot c$ ise $b > c$'dir. D Y

10. x ve y aynı işaretli ve $x < y$ ise $1/x > 1/y$'dir. D Y

11. $x \cdot y < 0$ ise x ile y farklı işaretlidir. D Y

12. "En az 20" ifadesi $x > 20$ diye yazılır. D Y

13. $x^3 > x$ ise $x > 1$'dir. D Y

14. $3 < x < 9$ aralığının orta noktası 6, yarı genişliği 3'tür. D Y

Cevaplar

1. Y Negatif sayıyla çarpınca yön değişir: $-2x > -10$.
2. D İki taraf -3'e bölünür ve yön değişir: $x \geq -4$.
3. D 2 dahil değil, 5 dahil: 3, 4 ve 5.
4. Y Köşeli parantez uçun dahil olduğunu gösterir; -1 aralıktadır.
5. Y Çıkarılacak eşitsizlik -1 ile çarpılır (yön değişir), sonra taraf tarafa toplanır.
6. D Aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa toplanabilir.
7. Y Aralık 0'ı içerdiği için karenin en küçük değeri 0'dır: $0 \leq x^2 < 9$.
8. D 1'den küçük pozitif bir sayıyla çarpmak sayıyı küçültür: $a^3 = a^2 \cdot a < a^2$.
9. Y Negatif a'ya bölünce yön değişir: $b < c$.
10. D Aynı işaretli sayılarda büyük olanın tersi küçüktür.
11. D Çarpımı negatif olan iki sayıdan biri pozitif, öbürü negatiftir.
12. Y En az 20, 20'yi de içerir: $x \geq 20$.
13. Y -1 ile 0 arasındaki sayılar da sağlar: $x = -0,5$ için $-0,125 > -0,5$.
14. D Orta nokta $(3 + 9) / 2 = 6$, yarı genişlik $(9 - 3) / 2 = 3$. Aralık, mutlak değerle bu iki sayı kullanılarak yazılır.

Kaynak: Test yapısı: ÖSYM 2026-YKS Kılavuzu, Tablo 1A. Sorular ve cevaplar: ÖSYM'nin yayımladığı 2023-2026 TYT soru kitapçıkları (Temel Matematik testi).